

ΜΕΤΡΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ & ΚΥΡΤΩΣΗΣ

Είναι μέτρα που αφορούν την μορφή και το σχήμα μιας κατανομής

- Συντελεστής Ασυμμετρίας
- Μέτρο κύρτωσης
- Ροπές

Συντελεστής Ασυμμετρίας

➤ Ορισμός

$$\beta_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3$$

➤ Ισοδύναμα

$$\beta_{1z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^3 \quad \text{όπου} \quad z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

➤ Ομαδοποιημένα δεδομένα

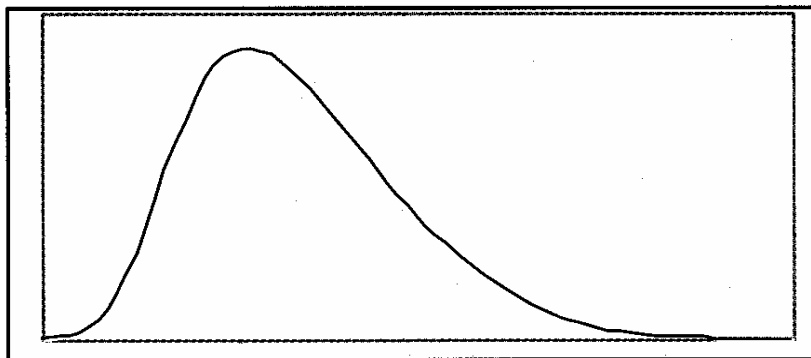
$$\beta_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (w_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

ΜΕΤΡΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ & ΚΥΡΤΩΣΗΣ

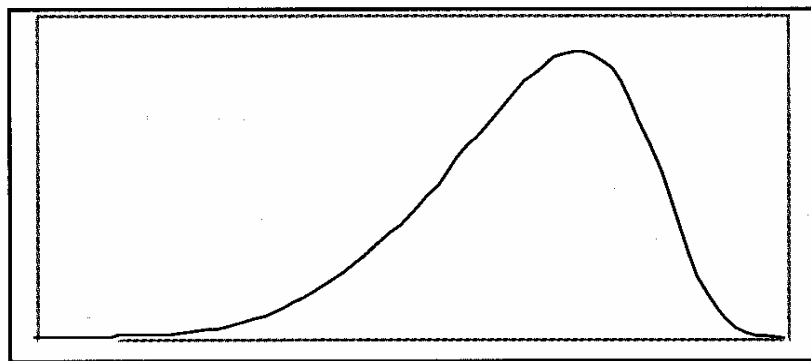
Αν $\beta_1 < 0$ η κατανομή έχει αρνητική ή αριστερή ασυμμετρία

Αν $\beta_1 > 0$ η κατανομή έχει θετική ή δεξιά ασυμμετρία

Θετικώς ασύμμετρη κατανομή



Αρνητικώς ασύμμετρη κατανομή



Συντελεστής Ασυμμετρίας

- Δείκτης Ασυμμετρίας του Pearson

$$pc_1 = \frac{3(\bar{x} - m)}{s}$$

- Ισχύει

$$-3 < pc_1 < 3$$

$$pc_1 = 0 \Rightarrow \text{συμμετρικ ή κατανομή ή}$$

Μέτρο κύρτωσης

➤ Ορισμός

$$\beta_2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4$$

➤ Ισοδύναμα

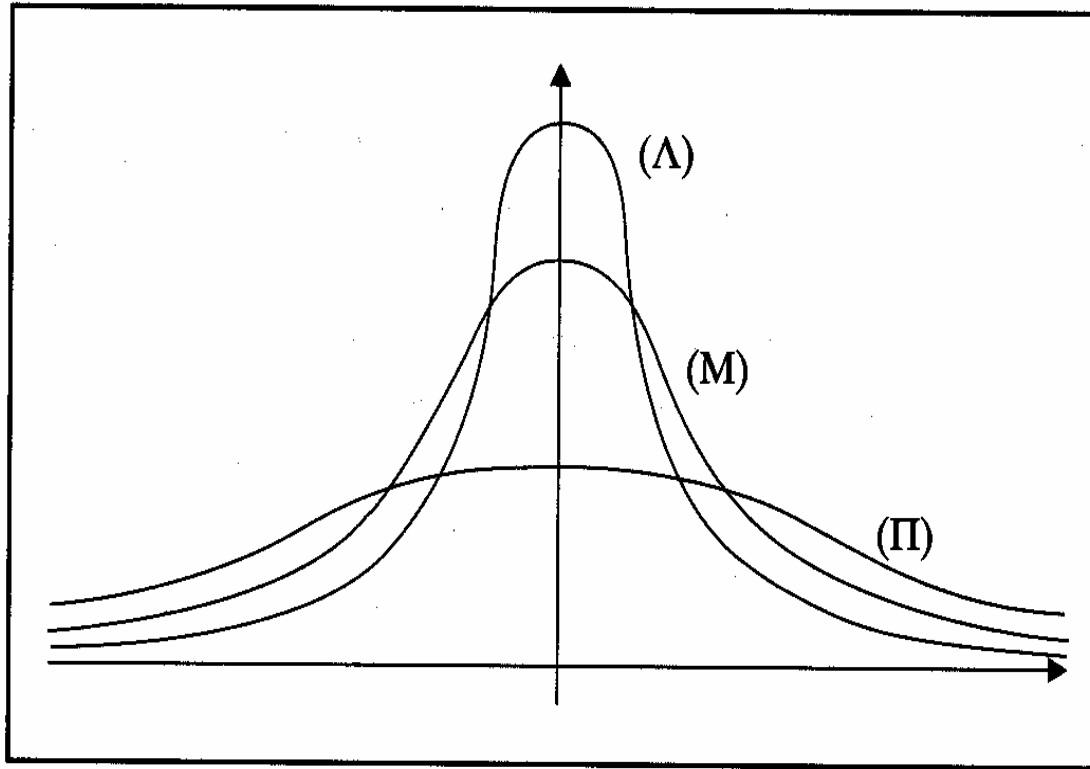
$$\beta_{1z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^4 \quad \text{όπου} \quad z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

➤ Ομαδοποιημένα δεδομένα

$$\beta_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (w_i - \bar{x})^4}{s^4}$$

Μέτρο κύρτωσης

Τυπικές περιπτώσεις λεπτόκυρτης (Λ), μεσόκυρτης (M) και πλατύκυρτης (Π) κατανομής



Ροπές

Μέτρα για λεπτότερο διαχωρισμό των κατανομών και συστηματικότερη μελέτη τους

- Ροπή r τάξης ως προς αριθμό
- Ροπή r τάξης ως προς την αρχή
- Ροπή r τάξης ως προς τον μέσο (κεντρική ροπή r τάξης)

Ροπή r -τάξης ως προς αριθμό

- Ομαδοποιημένα δεδομένα $i = 1, 2, \dots, k$

$$M_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i (w_i - x_0)^r$$

- Απλά δεδομένα $i = 1, 2, \dots, N$

$$M_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x_0)^r$$

Ροπή r-τάξης περί τον μέσο

➤ Ομαδοποιημένα δεδομένα $i = 1, 2, \dots, k$

$$\mu_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i (w_i - \mu)^r$$

➤ Απλά δεδομένα $i = 1, 2, \dots, N$

$$\mu_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^r$$

Ροπή r -τάξης περί την αρχή

- Ομαδοποιημένα δεδομένα $i = 1, 2, \dots, k$

$$v_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i w_i^r$$

- Απλά δεδομένα $i = 1, 2, \dots, N$

$$v_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^r$$

Ιδιότητες των ροπών περί τον μέσο

- **An** $Y = a + bX$ **τότε,** $\mu_{r(Y)} = b^r \mu_{r(X)}$
- **An** $a = 0$ **τότε,** $\mu_{r(Y)} = b^r \mu_{r(X)}$
- **An** $b = 0$ **τότε,** $\mu_{r(Y)} = 0$
- **An** $b = \pm 1$ **τότε,** $\mu_{r(Y)} = (-1)^r \mu_{r(X)}$

Σχέση κεντρικών ροπών και ροπών περί την αρχή

$$\text{➤} \cdot \mu_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i - \mu = \nu_1 - \nu_1 = 0$$

$$\text{➤} \cdot \mu_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \mu^2 = \nu_2 - \nu_1^2$$

$$\text{➤} \cdot \mu_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^3 = \nu_3 - 3\nu_1\nu_2 + 2\nu_1^3$$

$$\text{➤} \cdot \mu_4 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^4 = \nu_4 - 4\nu_1\nu_3 + 6\nu_1^2\nu_2 - 3\nu_1^4$$