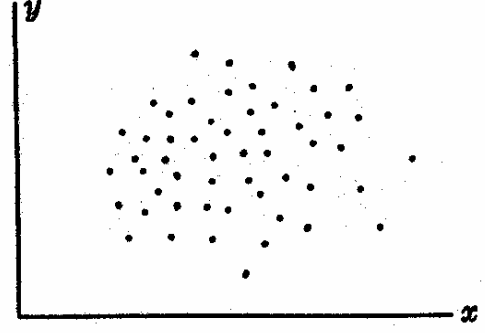
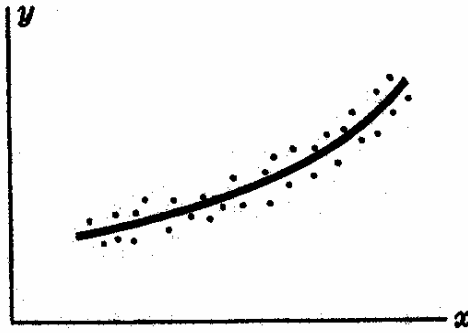
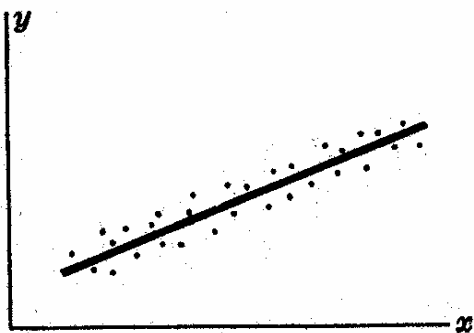


ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΣΗ

Συχνά στις εφαρμογές αναζητείται η εύρεση κάποιας σχέσης μεταξύ δύο ή περισσότερων τυχαίων μεταβλητών και ειδικότερα μία μαθηματική εξίσωση που πιθανώς τις συνδέει.

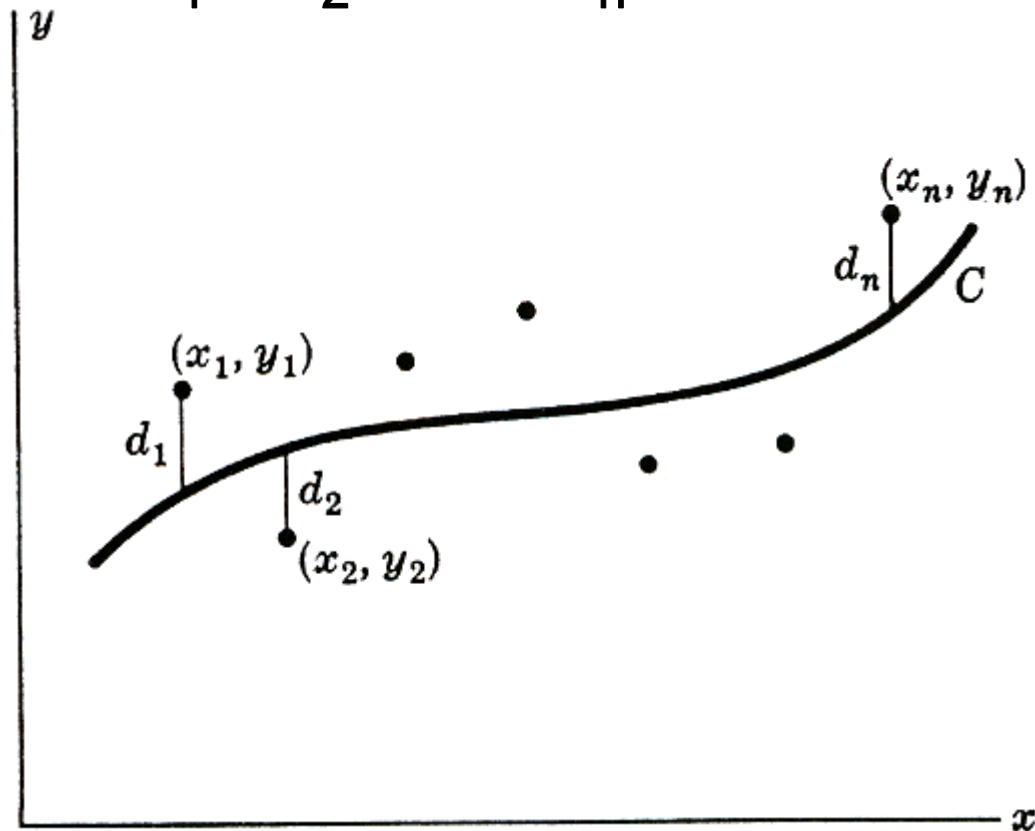
Η μέθοδος ή διαδικασία εκτιμήσεως της μιας μεταβλητής συναρτήσει της άλλης καλείται παλινδρόμηση



Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

Συνθήκη: Το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων να είναι ελάχιστο, δηλαδή

$$d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 = \min$$



Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων

Έστω ένα πλήθος n σημείων $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

Και έστω ε η ευθεία ελαχίστων εξισώσεων που θέλουμε να προσδιορίσουμε με εξίσωση $y = a + bx$

Για τις κατακόρυφες αποκλίσεις d ισχύει, $d_i = a + bx_i - y_i$

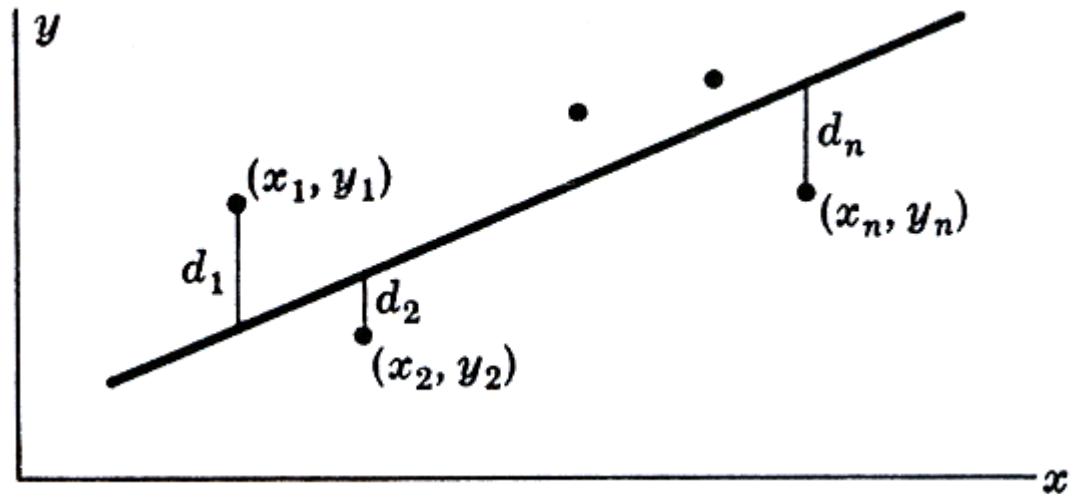
Συνεπώς, $\sum d_i^2 = \sum (a + bx_i - y_i)^2$

Θέτοντας,

$$F(a, b) = \sum (a + bx_i - y_i)^2$$

Απαιτούμε,

$$\frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = 0$$



Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων

Λύνοντας το αλγεβρικό σύστημα

καταλήγουμε στις κανονικές εξισώσεις

$$\sum y = an + b \sum x$$

$$\sum xy = a \sum x + b \sum x^2$$

Ή τελικά λύνοντας ως προς a, b ,

$$a = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Τυπικό Σφάλμα Εκτίμησης

$$s^2 = \frac{\sum y^2 - a \sum y - b \sum xy}{n}$$

Συντελεστής Γραμμικής

Συσχέτισης

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$