

ΣΗΜΕΙΑΚΕΣ ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ

Η διαδικασία σχετικά με την εξαγωγή συμπερασμάτων από ένα τυχαίο δείγμα δεδομένων για τον πληθυσμό από τον οποίο προέρχεται, ονομάζεται

Στατιστική Συμπερασματολογία

```
graph TD; A[Στατιστική Συμπερασματολογία] --> B[Εκτίμηση παραμέτρων]; A --> C[Έλεγχος Υποθέσεων]; B --> D[Σημειακή εκτίμηση]; B --> E[Εκτίμηση Διαστήματος];
```

Εκτίμηση παραμέτρων

Έλεγχος Υποθέσεων

**Σημειακή
εκτίμηση**

**Εκτίμηση
Διαστήματος**

Κριτήρια

Έστω τυχαίο δείγμα n παρατηρήσεων από πληθυσμό του οποίου η κατανομή εξαρτάται από μία ή περισσότερες παραμέτρους (π.χ. μ)

Η εκλογή της κατάλληλης σημειακής εκτιμήτριας $\tilde{\mu}$ γίνεται με βάση κάποια κριτήρια

- Αμεροληψία ($E(\tilde{\mu}) = \mu$)
- Συνέπεια (Για $n \rightarrow \infty$ σύγκλιση)
- Αποτελεσματικότητα (Μικρή διασπορά)

Μέθοδος των ροπών

Εξισώνουμε τις θεωρητικές με τις δειγματικές ροπές σε αριθμό ίσο με τον αριθμό των αγνώστων παραμέτρων

Έστω τυχαίο δείγμα n παρατηρήσεων $x_1, x_2, \dots, x_n$
από την τυχαία μεταβλητή X

Θεωρητική ροπή = Δειγματική ροπή

$$\mu_k = E[X^k] = m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$$

Η μέθοδος των ροπών δίνει εκτιμήτριες που είναι συνεπείς

Μέθοδος των ροπών

Παράδειγμα 1. Έστω $x_1, x_2, \dots, x_n$ τυχαίο δείγμα από κατανομή Poisson με άγνωστη παράμετρο λ . Να εκτιμηθεί η λ με την μέθοδο των ροπών.

Παράδειγμα 2. Έστω $x_1, x_2, \dots, x_n$ τυχαίο δείγμα από εκθετική κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$ με άγνωστη παράμετρο λ . Να εκτιμηθεί η λ με την μέθοδο των ροπών.

Παράδειγμα 3. Έστω τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x) = \begin{cases} (k+1)x^k, & 0 \leq x \leq 1, \quad k > -1 \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Αν δίδεται τυχαίο δείγμα 0.2, 0.4, 0.5, 0.8, 0.9, 0.9 να εκτιμηθεί η άγνωστη παράμετρος k με την μέθοδο των ροπών